

Державний університет “Львівська політехніка”

На правах рукопису

МАКАР ВОЛОДИМИР МИРОСЛАВОВИЧ

УДК 539.3:517.959

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МЕХАНІЧНИХ КОЛИВАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ В
СИЛОВИХ НАПІВПРОВІДНИКОВИХ ПРИЛАДАХ НА ОСНОВІ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ
ЕЛЕМЕНТІВ**

Спеціальність 01.05.02 - Математичне моделювання та
обчислювальні методи

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Львів – 1999

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у **Львівському державному університеті імені Івана Франка** Міністерства освіти України

Науковий керівник : кандидат фізико-математичних наук, доцент

Дияк Іван Іванович,
Львівський державний університет імені Івана Франка,
доцент кафедри прикладної математики.

Офіційні опоненти : доктор технічних наук, професор

Стахів Петро Григорович,
завідувач кафедри теоретичної та загальної електротехніки Державного університету “Львівська політехніка”;

доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник,

Бербюк Віктор Євгенович,
зав. відділом синтезу та оптимізації керованих систем Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України.

Провідна установа : Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”, факультет інформатики та обчислювальної техніки (м. Київ).

Захист відбудеться 20 жовтня 1999 року о 16 год. 00 хв. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д **35.052.05** у Державному університеті “Львівська політехніка” (290646, м.Львів, вул.С.Бандери, 12, ауд.226).

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Державного університету “Львівська політехніка” (м.Львів, вул.Професорська,1).

Автореферат розісланий “18” вересня 1999 р.

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради,

кандидат технічних наук, доцент

Ткаченко С.П.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Швидкий розвиток перетворювальної техніки та її застосування майже в усіх галузях народного господарства висувають нові, специфічні вимоги щодо якості та обсягу інформації стосовно електричних, теплових та механічних параметрів силових напівпровідникових приладів (СНП). Надійність СНП та перетворювачів на їх основі значною мірою визначається механічними напруженнями у напівпровідниковій структурі, зумовленими температурним полем у приладі та його зміною в часі. Проблема визначення температурного і термопружного полів, та їх впливу на міцність СНП на сьогоднішній день достатньо вивчена та висвітлена у науково-технічній літературі. У той же час, згідно з вимогами діючих стандартів та технічних вказівок, усі СНП повинні обов'язково проходити перевірку на міцність та стійкість в умовах дії механічних навантажень для визначення можливості експлуатації їх в умовах вібрацій, ударних навантажень, високих тисків і т.д. У цьому випадкові єдиним джерелом інформації стосовно механічних характеристик є експеримент. Так, майже усі прилади проходять випробовування для визначення резонансних частот, на ударну міцність та вібростійкість. Випробовування для визначення резонансних частот проводяться з метою знаходження власних частот СНП або його окремих елементів. Випробовування на ударну міцність проводяться для перевірки здатності СНП протистояти деструктивній дії ударних навантажень і зберігати свої основні параметри після їх припинення або можливості надійно функціонувати в умовах багатократних ударів. Крім того, при оцінці міцності СНП важливе значення має дослідження впливу механічних напружень на електричні властивості напівпровідникових структур СНП, відомого в літературі як деформаційний ефект. Слід зауважити, що конструкції СНП, серед яких найрозповсюдженішими є кремнієві діоди та тиристори, характеризуються величезною різноманітністю. Проведення випробовувань на механічну міцність та стійкість для кожного нового типу СНП є трудомісткою та довготривалою операцією, яка до того ж значно збільшує терміни проектування. Бажано було б уже на етапі проектування проводити аналіз не тільки електричних та теплових параметрів, а й параметрів напружено-деформівного стану (НДС) в елементах СНП, зокрема у напівпровідникових структурах СНП, які є найвразливішими в сенсі міцності. Тому важливою й актуальною проблемою досліджень є побудова адекватних розрахункових моделей, які дозволяють з високою точністю визначати параметри НДС у напівпровідникових структурах СНП, а також ефективних методів дослідження цих моделей. Використання математичного моделювання із застосуванням сучасної обчислювальної техніки дозволить зменшити обсяг експериментальних досліджень під час розробки нових приладів, скоротити терміни проектування та підвищити якість СНП. Спрощені одновимірні математичні моделі, які використовувалися багатьма авторами для дослідження температурних задач, не відображають реальної поведінки СНП під дією механічних навантажень. Повноцінну

картину нестационарних процесів пружного деформування елементів СНП можна отримати за умови вибору співвідношень лінійної просторової теорії пружності анізотропного тіла як математичної моделі. Врахування реальної геометрії досліджуваних об'єктів значно обмежує використання традиційних аналітичних методів механіки твердого деформівного тіла. Необхідне використання сучасних чисельних методів, таких як метод скінченних елементів, розрахованих на потужну обчислювальну техніку. У цьому випадкові на перший план виступають питання ефективності та економності обчислювального процесу, що вимагає розробки нових чисельних схем, які б враховували специфіку побудованих математичних моделей, конструктивних особливостей та фізико-механічних характеристик елементів СНП. Дослідженню та розв'язанню цих задач присвячена дана дисертація.

Зв'язок роботи з науковими програмами, темами, планами. Робота виконана в рамках планів наукових досліджень та держбюджетної тематики кафедри прикладної математики Львівського державного університету імені Івана Франка, а саме :

1. Плану робіт по темі ПП-536Б "Розробка схем, алгоритмів і пакетів програм для розв'язування початково-крайових задач математичної фізики на основі комбінованих методів граничних і скінченних елементів", № держреєстрації 0193V041998.
2. Плану робіт по темі ПП-114Б "Математичне моделювання і чисельне дослідження фізико-механічних полів в середовищах з малими неоднорідностями", № держреєстрації.07.02-МВ/**-97.

Крім того, проведення досліджень у рамках даної дисертаційної роботи були частково підтримані Міжнародною Соросівською програмою підтримки науки і освіти в галузі точних наук, грант №PSU061060 за 1996 рік.

Метою даної роботи є розробка та програмна реалізація алгоритмів математичного моделювання динамічних процесів пружного деформування паяних силових напівпровідникових приладів типу кремнієвих діодів та тиристорів на основі напіваналітичного методу скінченних елементів. Досягнення поставленої мети вимагає розв'язання наступних **основних задач** :

1. Розробка математичних моделей для опису механічних коливальних процесів паяних силових напівпровідникових приладів.
2. Розробка загальної методики чисельного дослідження побудованих математичних моделей на основі комбінації чисельних і аналітичних методів.
3. Розробка ефективної методики комп'ютерного моделювання процедури отримання розв'язку бажаної точності на основі h -адаптивної версії методу скінченних елементів.
4. Створення на основі розроблених методик програмного забезпечення та проведення обчислювальних експериментів з метою дослідження точності та збіжності побудованих чисельних схем.

5. Дослідження механічних динамічних характеристик паяних силових кремнієвих діодів та тиристорів, які широко застосовуються в електротехніці.

Методи досліджень. При виконанні роботи використовувались методи та математичний апарат теорії пружності анізотропного тіла, теорії варіаційних задач, теорії методу скінченних елементів, методи програмування, методи системного аналізу.

Наукова новизна результатів. У даній дисертаційній роботі отримано наступні нові результати :

1. Запропонована нова математична модель у вигляді багаточислової конструкції, яка враховує основні конструктивні елементи, для дослідження механічних задач динаміки для паяних СНП типу кремнієвих діодів та тиристорів.
2. Для математичного моделювання визначення резонансних частот та ударної міцності паяних СНП на основі побудованої моделі розвинутий підхід, який полягає у використанні співвідношень просторової динамічної теорії пружності анізотропного тіла, і який на відміну від відомих підходів дозволяє враховувати анізотропні властивості напівпровідникових структур, а також проводити дослідження деформаційного ефекту.
3. Побудована нова методика чисельного дослідження динамічних задач просторової теорії пружності анізотропного тіла, яка враховує специфіку запропонованої математичної моделі, і забезпечує цілісність та економність обчислювального процесу.
4. На основі h -адаптивної версії МСЕ, з використанням апостеріорної Z^2 -оцінки побудована нова чисельна схема підвищення точності розрахунків для дослідження статичних задач лінійної теорії пружності анізотропного тіла.
5. Проведено детальне дослідження точності та збіжності побудованих чисельних схем на багатьох тестових прикладах шляхом порівняння з відомими аналітичними та чисельними розв'язками. Досліджені ударна міцність реальних конструкцій паяних СНП та вплив конструктивних елементів на рівень механічних напружень у напівпровідниковій структурі.

Достовірність отриманих результатів забезпечується: строгою математичною постановкою та коректністю сформульованих задач; порівнянням отриманих результатів для тестових задач з аналітичними розв'язками або з результатами відповідних розрахунків проведених на основі альтернативних підходів; аналізом наближених розв'язків, отриманих при різній кількості членів, утриманих в рядах Фур'є і розкладу за власними формами коливань.

Практичне значення даної роботи полягає у створенні для ПЕОМ програмного комплексу "ТИРАН", на основі якого можна проводити розрахунок параметрів пружно-деформованого стану напівпровідникових структур СНП, які знаходяться під дією як динамічного, так і статичного силового навантаження довільним чином розподіленого за кутовою координатою. Розроблений

комплекс програм дозволяє також здійснювати аналіз частот і форм вільних коливань приладів вказаного типу та проводити їх h -адаптивне моделювання. Створене програмне забезпечення може бути використане як ядро систем автоматизованого проектування. За допомогою програмного комплексу "ТИРАН" проведено дослідження механічних динамічних характеристик звичайного та "чеського" варіантів паяних силових кремнієвих тиристорів.

Впровадження результатів роботи. Результати дисертаційної роботи використані на ВО "Перетворювач" (м.Запоріжжя), у Фізико-механічному інституті ім. Г.В.Карпенка НАН України (м.Львів), а також у навчальному процесі Львівського державного університету імені Івана Франка при читанні навчального курсу "Метод скінченних елементів", що підтверджено відповідними актами.

Особистий внесок здобувача. Автором самостійно сформульовані та вирішені основні положення, які складають суть дисертаційної роботи. У публікаціях, які написані у співавторстві, здобувачу належать: [3,8] - розробка алгоритмів математичного моделювання визначення резонансних частот та ударної міцності паяних СНП; [1,4,5,7] - розробка загальної методики чисельного дослідження динамічних задач лінійної просторової теорії пружності анізотропного тіла; [2,8,9] - створення відповідного програмного забезпечення та проведення дослідження точності та збіжності побудованих чисельних схем.

Апробація. Основні результати проведених досліджень доповідалися та обговорювалися на: міжнародних науково-технічних конференціях "Досвід розробки та застосування приладотехнологічних САПР мікроелектроніки" (м.Львів, 1995,1999 р.); всеукраїнських наукових конференціях "Застосування обчислювальної техніки, математичного моделювання та математичних методів у наукових дослідженнях" (м.Львів, 1995, 1996, 1998 р.); семінарі "Прикладні проблеми математики та інформатики" (м.Рівне, 1996); всеукраїнській конференції "Моделирование и исследование устойчивости систем" (м.Київ, 1996); міжнародній науковій конференції "Numerical Methods in Continuum Mechanics" (Високі Татри, Словаччина, 1996), а також на щорічних наукових семінарах кафедри прикладної математики Львівського державного університету ім. Івана Франка.

Публікації. Основний зміст дисертаційної роботи висвітлений у 10 публікаціях, з них: 6 статей у фахових виданнях, 4 тез доповідей.

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається зі вступу, шести розділів з висновками, загальних висновків та списку літератури. Вона містить 150 сторінок тексту, в тому числі 44 рисунки та 21 таблиці. Бібліографічний список складається із 140 найменувань літературних джерел.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У *вступі* коротко характеризується сучасний стан проблем, які розглядаються у дисертаційній роботі, обґрунтовується актуальність вибраної теми. Сформульовані цілі дослідження, наукова новизна та практичне значення одержаних результатів. Викладені основні наукові положення, що виносяться на захист. Подана анотація дисертації по розділах.

У *першому розділі* досліджуються питання моделювання паяних силових кремнієвих діодів та тиристорів в контексті розв'язання механічних задач динаміки. Розглядається два типи конструкцій: “звичайна” та “чеського” варіанта. Модель вказаних приладів будується на основі аналізу їх типової топології, що дозволяє запропонувати новий підхід до моделювання СНП паяної конструкції. Суть цього підходу полягає в тому, що СНП паяної конструкції типу кремнієвих діодів та тиристорів розглядаються як осесиметричні кусково-однорідні об'єкти з ідеальною адгезією між елементами. У цьому випадкові меридіональний перетин конструкції моделюється набором трапецій, кожна з яких описує геометрію однієї з складових частин приладу (основа корпусу, термокомпенсатор, напівпровідникова структура і т.д.). Побудовані таким способом моделі для двох вище зазначених видів приладів зображені на рис.1.

Для дослідження механічних коливальних процесів на основі побудованих моделей обґрунтовано необхідність використання співвідношень лінійної просторової теорії пружності анізотропного тіла. Універсальність моделі теорії пружності дозволяє з єдиних позицій досліджувати дві задачі, розв'язання яких дає змогу проводити математичне моделювання визначення резонансних частот та ударної міцності паяних силових кремнієвих діодів та тиристорів, а саме: 1) задачі знаходження частот і форм вільних коливань; 2) задачі визначення нестационарної реакції на дію короткочасних імпульсних навантажень. Крім того, модель теорії пружності дозволяє враховувати анізотропні властивості напівпровідникових матеріалів. Показано, що довільний розподіл за кутовою координатою прикладеного навантаження вимагає застосування напіваналітичного методу скінченних елементів (НАМСЕ) для чисельного розв'язування динамічних задач теорії пружності. Таким чином, з математичної точки зору, задача дослідження механічних коливальних процесів паяних силових кремнієвих тиристорів та діодів зводиться до розв'язання динамічної задачі лінійної просторової теорії пружності анізотропного тіла на основі НАМСЕ. Зроблено огляд літератури, в якому коротко висвітлені основні досягнення у галузях застосування НАМСЕ до розв'язування просторових задач та побудови автоматизованих h -адаптивних чисельних схем. Обґрунтовано необхідність проведення подальших досліджень у цих напрямках.

У *другому розділі*, для кусково-однорідного анізотропного тіла обертання, віднесеного до кругової циліндричної системи координат (r, θ, z) , записана математична постановка просторової задачі динамічної теорії пружності, з якої, як часткові випадки, можна отримати постановки задач про вільні коливання і статичної теорії пружності. Чисельна процедура розв'язання вказаних задач теорії пружності починається з формулювання відповідних варіаційних постановок. Так, у випадку динамічної задачі теорії пружності маємо наступну варіаційну задачу:

$$\begin{aligned} &\text{знайти } \mathbf{u} \in L^2(0, T; V) \text{ таку, що } \forall \mathbf{v} \in V \\ &m(\ddot{\mathbf{u}}, \mathbf{v}) + a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \langle l, \mathbf{v} \rangle, \quad \mathbf{u}(0) = \mathbf{u}_0, \quad \dot{\mathbf{u}}(0) = \mathbf{v}_0, \end{aligned} \quad (1)$$

де $\mathbf{u} = (u_r(r, \theta, z, \tau), u_\theta(r, \theta, z, \tau), u_z(r, \theta, z, \tau))^T$ - вектор переміщень, V - простір допустимих функцій, $m(\ddot{\mathbf{u}}, \mathbf{v})$, $a(\mathbf{u}, \mathbf{v})$, $\langle l, \mathbf{v} \rangle$ - робота інерційних, внутрішніх та зовнішніх сил на віртуальних переміщеннях $\mathbf{v} \in V$, відповідно, \mathbf{u}_0 , \mathbf{v}_0 - відомий розподіл переміщень і швидкостей у початковий момент часу, $L^2(0, T; V)$ - банаховий простір функцій.

Варіаційна постановка задачі про вільні коливання формулюється так:

$$\text{знайти пару } (\mathbf{u}, \omega) \in V \times \mathbf{R} \text{ таку, що } a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \omega^2 m(\mathbf{u}, \mathbf{v}), \quad \forall \mathbf{v} \in V, \quad (2)$$

де $\mathbf{u} = (u_r(r, \theta, z), u_\theta(r, \theta, z), u_z(r, \theta, z))^T$ - вектор амплітуд переміщень, ω - кругова частота вільних коливань.

Варіаційна постановка статичної задачі теорії пружності має вигляд:

$$\text{знайти } \mathbf{u} \in V \text{ таку, що } a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \langle l, \mathbf{v} \rangle, \quad \forall \mathbf{v} \in V. \quad (3)$$

Третій розділ присвячений чисельному дослідженню варіаційних задач (1)-(3). Побудова наближеного розв'язку варіаційної задачі (1) здійснюється за допомогою НАМСЕ. Для цього, компоненти заданих векторів поверхневого навантаження \mathbf{p} та масових сил \mathbf{f} , а також компоненти вектора переміщень \mathbf{u} подамо у вигляді скінченної суми ряду Фур'є:

$$\mathbf{p} \approx \mathbf{p}_n = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}^{(i)}(r, z, \tau) \Phi_i(\theta), \quad \mathbf{f} \approx \mathbf{f}_n = \sum_{i=0}^n \mathbf{f}^{(i)}(r, z, \tau) \Phi_i(\theta), \quad (4)$$

$$\mathbf{u} \approx \mathbf{u}_n = \sum_{i=0}^n \mathbf{u}^{(i)}(r, z, \tau) \Phi_i(\theta), \quad (5)$$

де $\mathbf{u}^{(i)}(r, z, \tau) = (u_r^{(i)}(r, z, \tau), u_\theta^{(i)}(r, z, \tau), u_z^{(i)}(r, z, \tau))$ - невідомі коефіцієнти розкладу в ряд Фур'є переміщень, $\mathbf{p}^{(i)}(r, z, \tau) = (p_r^{(i)}, p_\theta^{(i)}, p_z^{(i)})$, $\mathbf{f}^{(i)}(r, z, \tau) = (f_r^{(i)}, f_\theta^{(i)}, f_z^{(i)})$ - відомі коефіцієнти розкладу компонент векторів поверхневого навантаження та масових сил,

$$\Phi_i(\theta) = \begin{pmatrix} \varphi_i(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\varphi}_i(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_i(\theta) \end{pmatrix}, \text{ де } \varphi_i(\theta) = \{1, \cos\theta, \sin\theta, \dots, \cos n\theta, \sin n\theta\},$$

$\tilde{\varphi}_i(\theta) = \{1, \sin\theta, \cos\theta, \dots, \sin n\theta, \cos n\theta\}$ - повні ортогональні системи тригонометричних функцій на проміжку $[0; 2\pi]$, причому індекс i означає порядковий номер елемента в $\varphi_i(\theta)$ та $\tilde{\varphi}_i(\theta)$. Враховуючи ортогональність системи тригонометричних функцій і послідовно покладаючи $\mathbf{v} = \mathbf{v}^{(j)}\Phi_j$, можна сформулювати варіаційну задачу знаходження невідомих коефіцієнтів розкладу в ряд Фур'є:

знайти $\mathbf{u}^{(i)} \in L^2(0, T; V)$ таку, що

$$m^{(i)}(\ddot{\mathbf{u}}^{(i)}, \mathbf{v}^{(i)}) + a^{(i)}(\mathbf{u}^{(i)}, \mathbf{v}^{(i)}) = \langle l^{(i)}, \mathbf{v}^{(i)} \rangle,$$

$$\mathbf{u}^{(i)}(0) = \tilde{\mathbf{u}}_0^{(i)}, \quad \dot{\mathbf{u}}^{(i)}(0) = \tilde{\mathbf{v}}_0^{(i)}, \quad \forall \mathbf{v}^{(i)} \in V. \quad (6)$$

Чисельну процедуру розв'язання варіаційної задачі (6) будемо на основі використання напівдискретних апроксимацій Гальоркіна. Тоді, для i -ої гармоніки, отримуємо задачу Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь, яка в матричних позначеннях має вигляд :

$$\mathbf{M}^{(i)} \ddot{\mathbf{U}}_h^{(i)}(\tau) + \mathbf{A}^{(i)} \mathbf{U}_h^{(i)}(\tau) = \mathbf{R}^{(i)}(\tau), \quad (7)$$

$$\mathbf{U}_h^{(i)}(0) = \tilde{\mathbf{U}}_0^{(i)}, \quad \dot{\mathbf{U}}_h^{(i)}(0) = \tilde{\mathbf{V}}_0^{(i)}, \quad (8)$$

де $\mathbf{M}^{(i)}$, $\mathbf{A}^{(i)}$ - матриці мас і жорсткості, відповідно, $\mathbf{R}^{(i)}(\tau)$ - вектор поверхневих та масових сил, $\tilde{\mathbf{U}}_0^{(i)}$, $\tilde{\mathbf{V}}_0^{(i)}$ - відомі вектори, що визначаються початковим розподілом полів переміщень та швидкостей, $\mathbf{U}_h^{(i)}(\tau)$ - вектор шуканих вузлових значень переміщень, за допомогою якого наближений розв'язок задачі (6) визначається наступним розкладом за базисними функціями

$$\mathbf{u}_h^{(i)}(r, z, \tau) = \sum_{k=1}^L \left\{ U_{rh_k}^{(i)}(\tau) N_k(r, z) + U_{zh_k}^{(i)}(\tau) N_k(r, z) + U_{\theta h_k}^{(i)}(\tau) N_k(r, z) \right\}. \quad (9)$$

У даній роботі, як базисні функції використовуємо білінійні та біквадратичні фінітні функції на ізопараметричних чотирикутних скінченних елементах сирендипового типу.

Задачу Коші (7)-(8) розв'язуємо методом розкладу за власними формами коливань. Для цього представимо вузлові переміщення $\mathbf{U}_h^{(i)}(\tau)$ у вигляді

$$\mathbf{U}_h^{(i)}(\tau) = \Psi \mathbf{X}_i(\tau), \quad (10)$$

де $\mathbf{X}_i(\tau)$ - невідомий вектор, а Ψ - матриця, стовпцями якої є власні вектори ψ отримані з наступної алгебраїчної проблеми на власні значення

$$\mathbf{A}^{(i)}\boldsymbol{\psi} = \omega^2 \mathbf{M}^{(i)}\boldsymbol{\psi}. \quad (11)$$

Підставляючи (10) у (7) і (8) та домножуючи зліва на $\boldsymbol{\Psi}^T$, отримаємо \tilde{k} незалежних звичайних диференціальних рівнянь для знаходження узагальнених переміщень:

$$\ddot{\mathbf{x}}_i^j(\tau) + \omega_j^2 \mathbf{x}_i^j(\tau) = \boldsymbol{\psi}_j^T \mathbf{R}^{(i)}(\tau), \quad j = 1, \dots, \tilde{k}, \quad (12)$$

з початковими умовами :

$$\mathbf{x}_i^j |_{\tau=0} = \boldsymbol{\psi}_j^T \mathbf{M}^{(i)} \tilde{\mathbf{U}}_0^{(i)}, \quad \dot{\mathbf{x}}_i^j |_{\tau=0} = \boldsymbol{\psi}_j^T \mathbf{M}^{(i)} \tilde{\mathbf{V}}_0^{(i)}, \quad (13)$$

де ω - кругова частота вільних коливань для i -ої гармоніки, \tilde{k} - кількість перших власних пар задачі (11).

У загальному випадку розв'язок кожного рівняння (12) шукаємо у вигляді інтегралу Дюгамеля :

$$\mathbf{x}_i^j(\tau) = \frac{1}{\omega_j} \int_0^\tau \boldsymbol{\psi}_j^T \mathbf{R}^{(i)}(\xi) \sin \omega_j(\tau - \xi) d\xi + \alpha_i^j \sin \omega_j \tau + \beta_i^j \cos \omega_j \tau, \quad (14)$$

де коефіцієнти α_i^j, β_i^j визначаємо з початкових умов (13).

Для отримання повної реакції системи необхідно знайти розв'язок всіх \tilde{k} рівнянь (12). Переміщення вузлових точок для i -ої гармоніки знаходимо суперпозицією реакцій системи за всіма власними формами згідно формули (10). Загальну реакцію системи отримуємо шляхом сумування переміщень за всіма гармоніками згідно формули (5).

Розглянемо варіаційну задачу (2). Визначимо підпростір $V_{hm} \subset V$ розмірністю $\dim V_{hm} = L(h, m) = L$, і $N_1(r, z), \varphi_0(\theta), N_2(r, z), \varphi_1(\theta), \dots, N_L(r, z), \varphi_m(\theta)$ - база простору V_{hm} . Тоді шукані переміщення представимо у вигляді

$$\mathbf{u}_h(r, z, \theta) = \sum_{i=1}^L \sum_{j=0}^n N_i(r, z) \varphi_j(\theta) \mathbf{U}^{ij}. \quad (15)$$

У ролі $\varphi_j(\theta)$ вибираємо систему тригонометричних функцій, зокрема, для апроксимації переміщень u_r, u_z - $\varphi_j(\theta) = \{1, \cos \theta, \sin \theta, \dots, \cos n\theta, \sin n\theta\}$, а для апроксимації переміщення u_θ - $\varphi_j(\theta) = \{1, \sin \theta, \cos \theta, \dots, \sin n\theta, \cos n\theta\}$. За $N_i(r, z)$ вибираємо систему сирендипових доповнень на чотирикутниках з чотирма та вісьмома вузлами. Підставимо (15) в (2), і послідовно покладаючи $\mathbf{v} = N_i \varphi_j, i = 1, \dots, L, j = 0, \dots, n$, з врахуванням ортогональності системи тригонометричних функцій на проміжку $[0; 2\pi]$, отримаємо для j -ої гармоніки узагальнену проблему на власні значення

$$\mathbf{A}^{(j)} \mathbf{U}^{(j)} - \omega^2 \mathbf{M}^{(j)} \mathbf{U}^{(j)} = 0, \quad (16)$$

де $\mathbf{M}^{(j)}$, $\mathbf{A}^{(j)}$ - матриці мас і жорсткості системи для j -ої гармоніки, відповідно, $\mathbf{U}^{(j)}$ - вектор вузлових значень власної форми коливань для j -ої гармоніки, ω - кругова частота власних коливань. Легко бачити, що задача на власні значення (16) повністю збігається з задачею (11), і що перших \tilde{k} власних пар цієї задачі використовуються у розкладі (10). Перші \tilde{k} найменших власних значень і відповідні власні вектори задачі (16), що задовільняють умови \mathbf{M} -ортогональності, шукаємо за допомогою методу ітерацій у підпросторі.

Для розв'язання варіаційної задачі (3), у даній дисертаційній роботі, побудований повний h -адаптивний обчислювальний процес. Будь-який h -адаптивний процес, метою якого є автоматизація процедури отримання чисельного розв'язку заданої точності, включає три етапи, які повинні бути застосовані циклічно :

- 1) отримання розв'язку на початковій сітці та оцінка його точності за допомогою апостеріорної оцінки похибки;
- 2) найбільш ефективно прогнозування локального згущення сітки потрібного для досягнення заданої точності;
- 3) згущення сітки, отримання нового розв'язку і оцінка нової похибки з наступним поверненням на другий крок, якщо нова похибка перевищує бажану.

У даній роботі, на першому етапі побудованої h -адаптивної схеми МСЕ, використовується апостеріорна Z^2 -оцінка. Суть довільної апостеріорної оцінки похибки полягає в тому, що поряд із "стандартним" вектором компонент тензора напружень σ_h , отриманим безпосередньо із скінченноелементної апроксимації вектора переміщень u_h за допомогою закону Гука та співвідношень Коші, шукаються "згладжені" (smoothed) напруження σ^* , які в певному сенсі є точнішими. У Z^2 -оцінці, "згладжені" напруження σ^* , на кожному скінченному елементі, інтерполюються за допомогою тієї ж системи базисних функцій, що компоненти вектора переміщень, тобто:

$$\sigma^* = \mathbf{N} \tilde{\sigma}^*, \quad (17)$$

де \mathbf{N} - фінітні базисні функції МСЕ, $\tilde{\sigma}^*$ - вектор вузлових значень компонент тензора напружень. Для обчислення вузлових значень напружень $\tilde{\sigma}^*$ використовується рівняння проектування:

$$\int_{\Omega} \mathbf{N}^T (\sigma^* - \sigma_h) d\Omega = 0. \quad (18)$$

Перетворивши (18), маємо:

$$\tilde{\sigma}^* = \mathbf{A}^{-1} \left(\int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{D} \mathbf{S} \mathbf{N} d\Omega \right) \tilde{\mathbf{u}}, \quad (19)$$

де: $\tilde{\mathbf{u}}$ -вектор значень переміщень у вузлах сітки, \mathbf{D} - матриця пружних констант закону Гука, \mathbf{S} - матриця диференціальних операторів із геометричних співвідношень Коші,

$$\mathbf{A}^{-1} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\Omega.$$

Основою процедури прогнозування локального згущення сітки є критерій отримання числового розв'язку наперед заданої, бажаної точності, яка визначається максимально допустимою відносною похибкою η_{\max} . За цим критерієм, шляхом прогнозування розмірів скінченних елементів, безпосередньо можна побудувати "оптимальну" скінченноелементну сітку. У даній роботі під "оптимальною" сіткою розуміється сітка, на якій локальна похибка дискретизації в енергетичній нормі рівномірно розподілена по елементах. Необхідність побудови "оптимальної" сітки обґрунтовується тим, що для такої сітки асимптотична швидкість збіжності апроксимацій МСЕ залежить лише від поліноміального порядку базисних функцій, і не залежить від порядку сингулярності. Умова визначення елементів сітки, що потребують подальшого розбиття, має вигляд:

$$\|\tilde{\mathbf{e}}\|_m > \eta_{\max} \sqrt{(\|\mathbf{u}_h\|^2 + \|\tilde{\mathbf{e}}\|^2)/M}, \quad (20)$$

де: $\|\tilde{\mathbf{e}}\|_m$ -локальна похибка дискретизацій на m -ому елементі, $\|\mathbf{u}_h\|^2$ -енергія деформації, $\|\tilde{\mathbf{e}}\|$ -глобальна оцінена похибка, тобто похибка для обчислення якої використовується "згладжений" розв'язок σ^* , M -число скінченних елементів на біжучій сітці.

Запропоновані чисельні схеми реалізовані у відповідному програмному забезпеченні, що апробоване при розв'язанні ряду тестових задач. Отримані результати чисельних експериментів наведені у **четвертому розділі** дисертації, що складається з чотирьох підрозділів. У першому підрозділі розглядається задача визначення осесиметричних частот і форм коливань скінченних анізотропних циліндрів. За пружні константи та густину матеріалу вибрані фізичні характеристики сапфіру. Наведені порівняння отриманих частот з результатами, отриманими за допомогою методу Рітца з представленням апроксимуючих функцій у вигляді степеневого ряду. Проведений аналіз отриманих частот вільних коливань при різних умовах закріплення торців. Обчислений порядок збіжності послідовності наближених розв'язків, який добре узгоджується з теоретичними оцінками. Другий підрозділ присвячений задачі про визначення реакції круглої жорстко защемленої пластинки на дію змінного у часі осесиметричного нормального навантаження. Розглянуто два види розподілу прикладеного навантаження у часі: постійне і ступінчасте. Для порівняння, наведено розв'язки, отримані за методикою, в якій використовуються рівняння математичної моделі теорії оболонок типу Тимошенка. Проведено дослідження точності визначення переміщень і напружень у залежності від кількості врахованих власних форм коливань у розкладі (10). Третій підрозділ присвячений чисельному розв'язуванню неосесиметричної динамічної задачі.

Розглядається довгий порожнистий циліндр з жорстко защемленим торцем, на половині зовнішньої поверхні якого діє нормальне, постійне у часі навантаження. Розподіл за кутовою координатою задається косинусоїдальним законом. Наведені частоти неосесиметричних вільних коливань. Проведено аналіз точності отриманих розв'язків шляхом порівняння результатів отриманих при різній кількості членів розкладу в ряд Фур'є. В останньому підрозділі третього розділу наведені чисельні результати розв'язання задачі Ляме про визначення напружено-деформованого стану порожнистого циліндра, який знаходиться під дією рівномірного тиску на внутрішню поверхню, за допомогою повного h -адаптивного обчислювального процесу. Проілюстровані ефективність апостеріорної Z^2 -оцінки та необхідність побудови "оптимальної" сітки у сенсі рівномірного розподілу по елементах локальної похибки дискретизації. Зроблено висновки про ефективність розглянутих алгоритмів прогнозування діаметра сітки.

П'ятий розділ присвячений розв'язуванню механічних задач динаміки для силових напівпровідникових приладів паяної конструкції типу кремнієвих тиристорів на основі запропонованих математичних моделей (див.рис.1) та вище описаних методик. Проведені дослідження пружного стану для двох типів приладів: "звичайного" та "чеського" варіантів. Основна відмінність "чеського" варіанту полягає у відсутності термокомпенсаторів. "Звичайний" тип тиристора моделюється конструкцією, що складається з десяти елементів : двох мідних основ, нижнього та верхнього молібденових термокомпенсаторів, кремнієвої структури, двох верхніх мідних кільців, трьох шарів припою відповідно між нижнім термокомпенсатором та нижньою основою, між кремнієвою структурою і нижнім термокомпенсатором, і між кремнієвою структурою і верхнім термокомпенсатором. Першим кроком розв'язання динамічної задачі у розробленому підході є розв'язання задачі про вільні коливання. Перші чотири циклічних частоти осесиметричних вільних коливань тиристорів обох варіантів, отримані на різних скінченноелементних сітках, наведені у таблиці 1.

Таблиця 1. Циклічні частоти (Гц) осесиметричних вільних коливань

NEL	KSS	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4
тиристор "звичайного" типу					
140	916	23.949	39.908	51.142	69.029
299	1898	22.808	38.761	50.964	68.561
356	2246	22.408	38.727	50.879	67.404
446	2800	22.066	38.666	50.709	67.273
617	3848	21.815	38.622	50.573	67.091
"чеський" варіант тиристора					
202	1314	10.419	23.284	25.524	37.948
270	1728	10.328	22.182	25.339	37.558
311	1986	10.144	22.080	25.221	37.066
423	2674	9.858	21.221	24.952	36.856
529	3332	9.809	21.111	24.781	36.834

Тут введені наступні позначення: NEL - кількість скінченних елементів на біжучій сітці, KSS – загальна

кількість степенів свободи на сітці з NEL елементів. З таблиці 1 видно, що найменша резонансна частота тиристора звичайного типу вдвічі більша за найменшу резонансну частоту тиристора "чеського" варіанту. Це пояснюється тим, що до складу тиристора звичайної конструкції входять термокомпенсатори, які, з механічної точки зору, роблять цей прилад жорсткішим. На рис.2 зображено форми власних коливань, які відповідають найменшій резонансній частоті, для обох видів приладу (рис.2а -

– “звичайний” тип, рис. 2б – “чеський” варіант).

Визначена динамічна реакції на дію ступінчатого імпульсу амплітудою P тривалості τ_0 , прикладеного до нижньої поверхні мідної основи. Аналіз перехідних процесів дозволив визначити величину та місцезнаходження максимальних розтягуючих напружень у кремнієвій структурі тиристорів обох типів. У тиристорах “звичайної” конструкції максимальні механічні напруження виникають на верхній поверхні напівпровідникової структури. У “чеському” варіанті тиристора зона максимальних розтягуючих напружень зміщена в сторону фаски.

Досліджено залежність напружено-деформівного стану кремнієвої структури від тривалості дії навантаження τ_0 . Збільшення тривалості навантаження τ_0 суттєво підвищує рівень механічних напружень у кремнієвій структурі для обох видів приладу. Це проілюстровано на рис. 3, на якому зображено графіки зміни у часі максимальних розтягуючих напружень σ_{rr} / P у кремнієвій структурі при різних значеннях τ_0 для тиристора “звичайної” конструкції. Аналогічні за змістом графіки тільки для “чеського” варіанту приладу зображені на рис. 4.

Для тиристора “звичайної” конструкції проведено дослідження впливу товщини нижнього молібденового термокомпенсатора на величину максимальних розтягуючих напружень у кремнієвій структурі. Показано, що збільшення товщини термокомпенсатора понижує рівень максимальних розтягуючих напружень у кремнієвій структурі.

Усі наведені вище чисельні результати були отримані на сітці з 617 біквдратичних скінченних елементів з загальною кількістю степенів свободи 3848 для тиристора “звичайного” типу (рис. 5а), а для “чеського” варіанту приладу – на сітці з 529 елементів з загальною кількістю степенів свободи – 3332 (рис. 5б).

У *шостому розділі* розглядаються питання програмної реалізації розроблених чисельних схем. Описана структура програмного комплексу “ТИРАН” на основі якого можна проводити розрахунок параметрів НДС напівпровідникових структур паяних СНП. Розроблений комплекс програм дозволяє також здійснювати аналіз частот і форм вільних коливань приладів вказаного типу і проводити h -адаптивне моделювання. Наведено характеристики та можливості окремих програмних модулів. Крім того, програмний комплекс “ТИРАН” дозволяє розв'язувати широке коло задач для неоднорідних анізотропних тіл обертання, а саме: 1) статичних та динамічних задач для навантаження довільним чином розподіленого за кутовою координатою; 2) задач про визначення частот і форм вільних коливань; 3) задач статички на основі використання h -адаптивного моделювання.

У *додатку* наведені документи, що підтвержують факти використання результатів дисертаційної роботи.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ ТА ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі на основі високоточних схем напіваналітичного методу скінченних елементів, у рамках моделі лінійної просторової теорії пружності анізотропного тіла, розроблені нові алгоритми математичного моделювання динамічних процесів пружного деформування паяних силових напівпровідникових приладів типу кремнієвих діодів та тиристорів, які реалізовані у вигляді програмного комплексу для сучасних ПК.

Основні результати виконаної роботи полягають у наступному :

1. Запропонована нова математична модель для дослідження механічних коливальних процесів СНП типу паяних кремнієвих діодів та тиристорів у вигляді багатошарової структури складної форми. Дана модель базується на тому, що меридіональний перетин конструкції моделюється набором трапецій, кожна з яких описує геометрію одного з елементів приладу (основи, термокомпенсатора, напівпровідникової структури і т.д.).
2. Для математичного моделювання визначення резонансних частот та ударної міцності СНП типу паяних кремнієвих діодів та тиристорів запропоновано використання співвідношень лінійної просторової динамічної теорії пружності анізотропного тіла. Такий підхід дозволяє з єдиних позицій досліджувати як задачі про вільні коливання, так і задачі визначення параметрів пружного стану напівпровідникових структур, враховуючи анізотропні властивості матеріалу.
3. Розроблена нова методика розв'язання динамічних задач лінійної просторової теорії пружності для анізотропних осесиметричних тіл, яка враховує специфіку побудованих моделей і забезпечує економність та цілісність обчислювального процесу. Дана методика базується на використанні чисельних та аналітичних методів (напіваналітичний метод скінченних елементів, метод розкладу за власними формами коливань, метод ітерацій у підпросторі). Успішна апробація цієї методики проведена для ряду модельних задач, шляхом порівняння з результатами отриманими за допомогою альтернативних підходів.
4. Для розв'язання задачі статичної теорії пружності, яка розглядається як один з часткових випадків задачі динаміки, побудований ефективний алгоритм автоматизації отримання чисельного розв'язку заданої точності. Основу даного алгоритму складає h -адаптивна схема метода скінченних елементів. Ефективність розробленого підходу досліджувалася на тестовому прикладі, для якого відомий аналітичний розв'язок. Практичне значення розробленого підходу полягає у тому, що він дозволяє проводити адаптивне комп'ютерне моделювання осесиметричних задач статичної теорії пружності, трактуючи його як початковий етап для адаптивного моделювання задач динаміки.

5. Досліджені механічні динамічні характеристики силових паяних кремнієвих тиристорів середньої потужності, які широко використовуються в електротехніці. На основі розроблених моделей та методик для двох типів конструкцій приладів, а саме “звичайного” та “чеського” варіантів, проведено аналіз впливу конструктивних елементів приладів на рівень механічних динамічних напружень у кремнієвій структурі. Аналіз обчислювальних експериментів дозволяє зробити наступні висновки:

а) стосовно ударних механічних навантажень тиристор “звичайної” конструкції є жорсткішим приладом, ніж “чеський” варіант;

б) динамічні механічні напруження у напівпровідниковій структурі тиристора “звичайного” типу значно більші, ніж у “чеському” варіанті;

в) максимальні розтягуючі механічні напруження у кремнієвій структурі тиристора “звичайної” конструкції виникають на верхній поверхні ближче до центрального виводу, а для “чеського” варіанту зона максимальних напружень зміщена до фаски;

г) збільшення товщини нижнього молібденового термокомпенсатора понижує рівень максимальних розтягуючих напружень у кремнієвій структурі тиристора “звичайної” конструкції.

б. Створений проблемно-орієнтований комплекс програм “ТИРАН” на алгоритмічних мовах високого рівня Фортран та Сі, за допомогою якого можна проводити розрахунок складних інженерних конструкцій типу тіл обертання, які складаються з анізотропних частин, і які знаходяться під дією як динамічного, так і статичного силового навантаження довільним чином розподіленого за кутовою координатою. Розроблений комплекс програм дозволяє також здійснити аналіз частот і форм вільних коливань вказаного типу конструкцій і проводити h -адаптивний аналіз задач статички. Універсальність розроблених методик за формами меридіонального перетину досліджуваних об'єктів, а також за способами їх навантаження дозволяє широке застосування програмного комплексу “ТИРАН”. Зручні засоби препроцесорної та постпроцесорної обробки даних дають можливість використовувати розроблені алгоритми також як складові частини систем автоматизованого проектування.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ АВТОРОМ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

- 1) Григоренко А.Я., Дьяк И.И., Макар В.М. Решение пространственной динамической задачи теории упругости для анизотропных тел // Прикл. механика. - 1998. - Т.34, №5. - с.24-31.
- 2) Дьяк И.И., Макар В.М., Савула Я.Г. Багатокритеріальна оптимізація термонапружень у напівпровідникових приладах // Вісн. держ. ун-та ‘Львівська політехніка’. Сер. Комп’ютерні системи проектування. Теорія і практика. -1996.- №313.–С.9-16.

- 3) Дияк І.І., Макар В.М. Математичне моделювання задач динаміки для тиристора // Технічні вісті. – 1999. – №1-2. – С.128-130.
- 4) Дияк І.І., Макар В.М. Дослідження просторової динамічної задачі теорії пружності для неоднорідних анізотропних тіл // Вісн. Львів. ун-та, сер. мех.-мат. – 1996. Вип. 44. – С.50-57.
- 5) Дияк І.І., Макар В.М. Чисельне дослідження динамічної задачі теорії пружності для анізотропних тіл // Волинський математичний вісник. –1995.Вип. 2. – С.70-72.
- 6) Макар В.М. Чисельні схеми підвищення точності розрахунків на основі h -адаптивної версії МСЕ // Вісн. Львів. ун-та, сер. мех.-мат. – 1998. Вип. 50. – С.160-162.
- 7) Дияк І.І., Макар В.М. Чисельне дослідження вільних і вимушених коливань осесиметричних анізотропних неоднорідних тіл методом скінченних елементів // Тези доповідей Всеукраїнської конференції. "Моделирование и исследование устойчивости систем" (прикладная механика) - м. Київ: 1996. - С.56.
- 8) Дияк І., Макар В. Математичне та програмне забезпечення задач розрахунку динамічних характеристик силових напівпровідникових приладів. // Тези доповідей 5-ої Міжнародної науково-технічної конференції "Досвід розробки і застосування САПР в мікроелектроніці" – м. Львів: 1999. - С.84-86
- 9) Вовк В.Д., Вовк В.М., Дияк І.І, Макар В.М. Пакет програм багатокритеріальної оптимізації термонапружень в мікроелектронних пристроях // Тези доповідей науково-технічної конференції "Досвід розробки та застосування приладо-технологічних САПР мікроелектроніки" - м. Львів: 1995. - С.150-151.
- 10) Макар В.М. Чисельне дослідження задач статички і динаміки напіваналітичним методом скінченних елементів // Тези доповідей Всеукраїнської наукової конференції "Застосування обчислювальної техніки, математичного моделювання та математичних методів у наукових дослідженнях"- м.Львів: 1996. – С.59.

АНОТАЦІЯ

Макар В.М. Математичне моделювання механічних коливальних процесів в силових напівпровідникових приладах на основі методу скінченних елементів.- Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Державний університет “Львівська політехніка”. – Львів, 1999.

Дисертація присвячена питанням розробки алгоритмів математичного моделювання визначення резонансних частот та ударної міцності паяних силових напівпровідникових приладів

типу кремнієвих діодів та тиристорів. Запропоновані математичні моделі для опису механічних коливань, розроблені методики їх чисельного дослідження, які забезпечують цілісність та економність обчислювального процесу. Побудовані чисельні схеми реалізовані у вигляді відповідного програмного забезпечення, працездатність якого досліджувалась шляхом розв'язання тестових задач і практично важливих задач інженерної практики.

Ключові слова: силові напівпровідникові прилади, метод скінченних елементів, теорія пружності анізотропного тіла, резонансна частота, ударна міцність, метод розкладу за власними формами коливань, h -адаптивність.

АННОТАЦІЯ

Макар В.М. Математическое моделирование механических колебательных процессов в силовых полупроводниковых приборах на основе метода конечных элементов.- Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 - математическое моделирование и вычислительные методы.- Государственный университет "Львовская политехника" . - Львов, 1999.

Диссертация посвящена вопросам разработки алгоритмов математического моделирования определения резонансных частот и ударной прочности паяных силовых полупроводниковых приборов типа кремниевых диодов и тиристоров. Предложены математические модели для описания механических колебаний, разработаны методики их численного исследования, которые обеспечивают целостность и экономность вычислительного процесса. Разработанные численные схемы реализованы в виде соответствующего программного обеспечения, работоспособность которого исследована путем решения тестовых задач и практически важных задач инженерной практики.

Ключевые слова: силовые полупроводниковые приборы, метод конечных элементов, теория упругости анизотропного тела, резонансная частота, ударная прочность, метод разложения по собственным формам колебаний, h -адаптивность.

ABSTRACT

Makar V.M. The mathematical modelling of mechanical vibration of power semiconductor devices based on finite element method .- Manuscript.

An application thesis for obtain the candidate of engineering sciences fellowship in speciality 01.05.02- mathematical modelling and computational methods.- State University "Politechics of Lviv".- Lviv, 1999.

The dissertation is devoted to the investigation of vital problems of construction of new mathematical modelling algorithms for determination of resonance frequency and impact strength of power semiconductor devices (PSD) such as soldered silicon thyristors and diodes. The efficient decision of these problems will allow to simulate operation of PSD at presence of exterior mechanical effects with the purpose of determination of a possibility of operation them in conditions of vibration, impact loads, high pressure etc.

The analysis of typical topology of PSD has shown that for investigation of mechanical vibration it is needed to develop new mathematical models which take into account such parts of devices as package basement and so on. Besides, it is known that semiconductor structures of PSD have anisotropic properties which presence in mathematical model is desirable due to dynamic mechanics problems. In this work, a new mathematical models are proposed which satisfy above mentioned conditions. Due to these models PSD are considered as multilayer axisymmetric construction of complex geometry. Each layer describes the one of PSD's parts like copper package basement, solder, molybdenum thermoequalizers, semiconductor structure. In this case, the investigation of mechanical vibration processes on the base of proposed models should be carried out using equations of theory of elasticity. Thus, from the mathematical point of view, the problem of the mathematical modelling for determination of resonance frequency and strength of power semiconductor devices is reduced to the solution of dynamic problem of elasticity theory for anisotropic axisymmetric multilayer bodies. Moreover, as the applied loading can be nonsymmetric we need to use 3D equations.

To solve the 3D dynamic elasticity problems a new methodology is proposed in this work. This methodology is based on the combination of numerical and analytic methods. The discretization of corresponding variational problems by spatial coordinates is carried out by semianalytical finite element method (SFEM). The main idea of SFEM is, that on one of coordinates the basis functions are analytical functions, definite on all gap of their determination. In the given dissertation, components of a unknown vector of displacements, and also known vectors of surface gains and mass forces is decomposed in a trigonometrical series on angular coordinate. The discretization in the cross section is realized on isoparametric finite elements of a serendipity type with bilinear and biquadric approximation of displacements. As a result of it, a Cauchy problem for a system of ordinary second-order differential equations is obtained for each harmonics. To solve this Cauchy problem a method of mode superposition is used. Use of this method ensures integrity and economy of computational process for investigation of mechanical vibrations. The sense of mode superposition method is, that the solution of a Cauchy problem for the large coupled system of the differential equations is reduced to the solution of several Cauchy problems for separate ordinary differential equation. This is achieved by means of expansion of general solution of initial Cauchy problem into linear superposition of eigenvectors, each multiplied by a general

time-varying amplitude, finding of which is carried out by Duhamel integral formula. Eigenvectors and appropriate eigenvalues are obtained from corresponding generalized algebraic eigenproblem using subspace iteration method.

Recently in the numerical analysis on the basis of a finite element method interest to construction of the completely automated schemes for the solution of complicated problems of a science and technique considerably has increased. In given dissertation a new computer simulation algorithm of a numerical solution receiving procedure of necessary accuracy is developed at minimum speed up of the user during the decision of a problem. In a basis of the suggested approach, the h -adaptive scheme of a finite element method with use of a posteriori Z^2 error estimator lays. The given accuracy is reached by construction of an optimal finite element mesh in sense of a unique distribution on finite elements of a local error measured in energy norm. A new methodology for generation of finite element mesh is proposed.

The developed numerical schemes have been implemented into Fortran code for IBM-compatible PC. The efficiency and reliability of these codes have been tested by solving some model problems and obtained numerical results have been compared with known exact solution or analogical results obtained by means of alternative approaches. Tested program codes have been inserted into software package "TYRAN" specialized for numerical solving of wide range problems for PSD: from heat transfer problems to mechanics dynamic problems. Using this software package, resonance frequencies and corresponding modes for two kind of PSD such as so called "usual" construction and "czech" construction have been obtained. Zones of maximum stretching stresses in silicon structure have been determined for both above mentioned kind of devices. It has been showed that, from mechanics point of view, devices of "usual" construction are more "stiffen" than devices of "czech" construction. The influence of constructive parameters of devices on level of dynamic mechanics stresses in silicon structure has been investigated.

Key words: power semiconductor devices, finite element method, theory of elasticity for anisotropic media, resonance frequency, impact strength, mode superposition method, h -adaptivity.